CINEMÁTICA

La cinemática es la ciencia que estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta las causas que lo producen (las fuerzas).

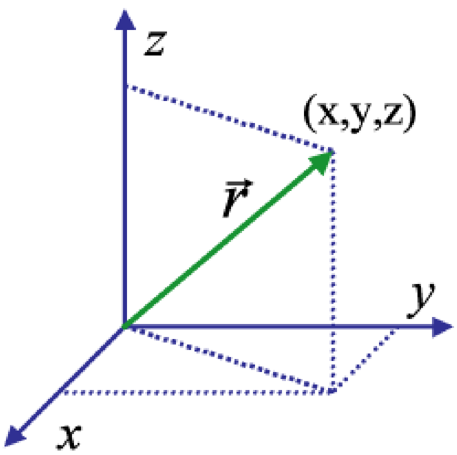
El movimiento es el fenómeno físico más familiar y el más frecuente y general de la Naturaleza. Veamos algunos ejemplos de movimiento en la Naturaleza:

- Electricidad, movimiento de electrones.
- El magnetismo está originado por el movimiento de electrones.
- El calor tiene su origen en el movimiento molecular.
- La luz, movimiento de fotones.
- El sonido está originado por el movimiento oscilatorio de partículas en un medio material.

El estudio del movimiento constituye la base fundamental de la Mecánica y por consiguiente de toda la Física.

ELEMENTOS PARA LA DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO

Sistema de Referencia (S.R.):



Para un estudio correcto del movimiento hemos de elegir en primer lugar un sistema de referencia al cual referir la posición de un punto material mediante unas coordenadas numéricas, que serán por lo general coordenadas cartesianas (x, y, z).

La elección del S.R. es el punto más importante a la hora de estudiar un movimiento, ya que si esto se hace mal, estará mal toda la descripción del movimiento.

Para estudiar el movimiento de un cuerpo vamos a despreciar sus dimensiones y considerarlo como un punto material. En este punto material trazaremos uno o varios ejes de coordenadas, según el cuerpo se esté moviendo en una línea recta (1 eje), en un plano (2 ejes) o en el espacio (3 ejes).

Además de todo esto, para poder describir el movimiento que estamos estudiando correctamente, necesitamos establecer el origen temporal (t = 0), que generalmente coincide con el inicio del movimiento que se estudia.

Se establece también por norma general el eje de coordenadas positivo como aquel que tiene la dirección del movimiento, ya que así va a ser más fácil estudiar el movimiento.

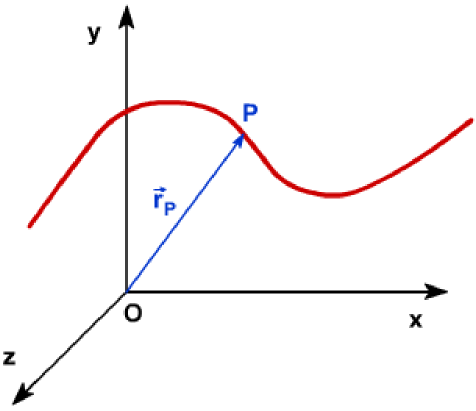
<u>Sistema de referencia inercial y no inercial:</u>

A todo esto hay que añadir que todos los movimientos son relativos, o lo que es lo mismo, no existe un sistema de referencia fijo absoluto, por lo que en teoría todos nuestros sistemas de referencia deberían ser no inerciales (se están moviendo también), pero esto complicaría mucho los cálculos, así que para simplificar el estudio del movimiento vamos a tomar, generalmente, un sistema de referencia fijo o inercial.

En el estudio de los tipos de movimiento que veremos en este tema se utilizarán sistemas de referencia inerciales (fijos, no se mueven con el paso del tiempo o lo hacen con velocidad constante), pero hay que tener en cuenta que para describir ciertos tipos de movimientos (movimiento de satélites artificiales por ejemplo), será necesario el uso de sistemas de referencia no inerciales.

Vector de posición:

El vector de posición determina la posición que ocupa un móvil en el espacio respecto a un sistema de referencia. Se representa mediante una flecha que va desde el origen de coordenadas (O) hasta la posición del cuerpo móvil (P), caracterizada con las coordenadas cartesianas x, y, z.



En un momento dado la expresión del vector de posición será:

$$\boxed{\vec{r} = x \cdot \vec{\imath} + y \cdot \vec{\jmath} + z \cdot \vec{k}}$$

Donde;

- $\vec{r}$ es el vector de posición.
- x, y, z son las coordenadas del vector.
- $\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k}$ son vectores unitarios en las direcciones de los ejes OX, OY y OZ respectivamente.

A medida que el cuerpo móvil va cambiando su posición a lo largo del tiempo, va describiendo una trayectoria, que se puede resumir en la función $\vec{r}(t)$, que se expresa como:

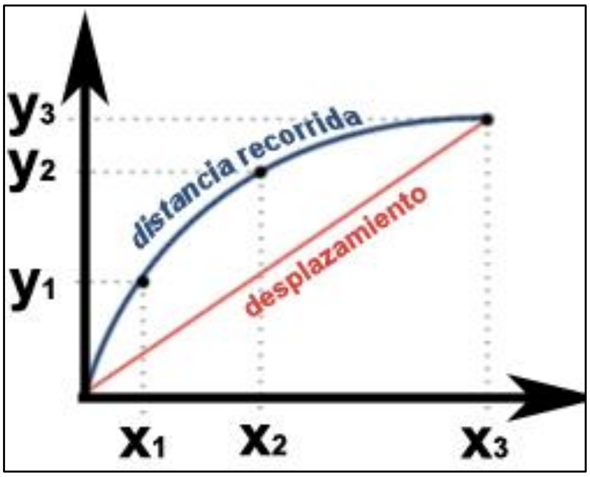
$$\boxed{\vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{\imath} + y(t) \cdot \vec{\jmath} + z(t) \cdot \vec{k}}$$ (Ecuación de la trayectoria)

"Distancia recorrida en función del tiempo"

<u>Desplazamiento y distancia recorrida:</u>

La diferencia del vector de posición entre dos posiciones distintas recibe el nombre de vector desplazamiento ($\overrightarrow{\Delta r}$), y sólo coincidirá con la distancia recorrida si el móvil está recorriendo una trayectoria rectilínea y sin cambios de sentido.

Cuando nos movemos describiendo una trayectoria curvilínea el desplazamiento ya es un poco más difícil de calcular, y será necesario el uso de herramientas matemáticas para poder calcularlo. Veamos un ejemplo:



Suponiendo que he obtenido los siguientes datos:

Tiempo (t)	Posición (x)	Posición (y)	Δr
0 s	0 m	0 m	0 m
5 s	1 m	2 m	2,2 m
10 s	3 m	4 m	5 m
15 s	8 m	5 m	9,4 m

El desplazamiento es la distancia en línea recta entre la posición del cuerpo en ese momento y el origen del sistema de referencia. Viene representado como Δr y su valor se calcula de la siguiente forma:

$$\Delta r = \sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2}$$

Teniendo esta expresión matemática podemos calcular el desplazamiento total realizado por el cuerpo móvil que se describe en la gráfica anterior cuando alcanza el punto $P_3 = (x_3, y_3) \rightarrow \vec{r_3} = x_3 \cdot \vec{\imath} + y_3 \cdot \vec{\jmath}$;

$\overrightarrow{\Delta r}\ (t = 15s) = \vec{r_3} - \vec{r_0} = (x_3 \cdot \vec{\imath} + y_3 \cdot \vec{\jmath}) - (x_0 \cdot \vec{\imath} + y_0 \cdot \vec{\jmath}) = (x_3 - x_0) \cdot \vec{\imath} + \ (y_3 - y_0) \cdot \vec{\jmath}$

$|\overrightarrow{\Delta r}| = \sqrt{(x_3 - x_0)^2 + (y_3 - y_0)^2}$

$\Delta r\ (t = 15s) = \sqrt{(8-0)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{89} = 9{,}4\ m \rightarrow El\ cuerpo\ se\ encuentra\ a\ 9{,}4\ m\ del\ origen.$

En este caso el desplazamiento total no coincide con la distancia recorrida. El móvil se ha desplazado 9,4 metros con respecto a su posición inicial, sin embargo ha recorrido una distancia aproximada de 10,1 metros, que resulta de calcular los desplazamientos realizados para cada instante de tiempo por separado:

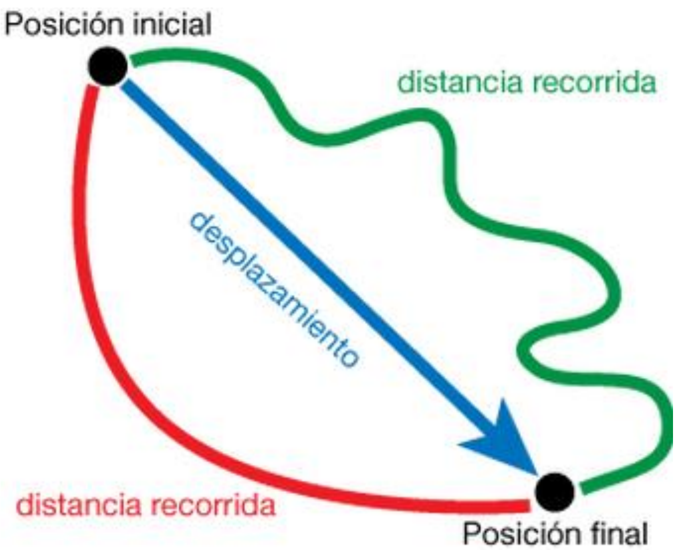
$\Delta r_{1\rightarrow 0}\ (desde\ el\ origen\ hasta\ [x_1, y_1]) = \sqrt{(1-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{5} = 2{,}2\ m$

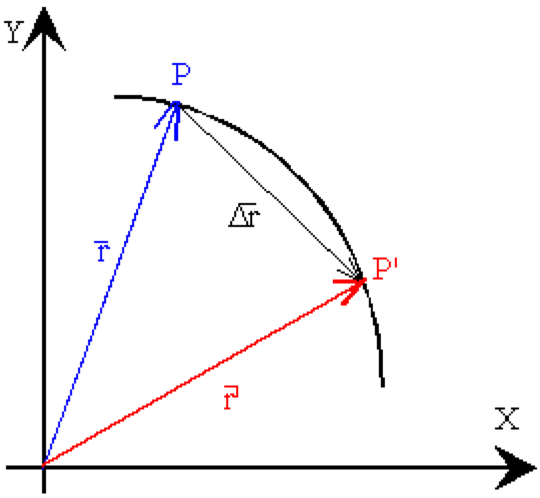
$\Delta r_{2\rightarrow 1}\ (desde\ [x_1, y_1]\ hasta\ [x_2, y_2]) = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{8} = 2{,}8\ m$

$\Delta r_{3\rightarrow 2}\ (desde\ [x_2, y_2]\ hasta\ [x_3, y_3]) = \sqrt{(8-3)^2 + (5-4)^2} = \sqrt{26} = 5{,}1\ m$

$\Delta r_{3\rightarrow 2} + \Delta r_{2\rightarrow 1} + \Delta r_{1\rightarrow 0} = 2{,}2\ m + 2{,}8\ m + 5{,}1\ m = 10{,}1\ m \rightarrow El\ cuerpo\ ha\ recorrido\ 10{,}1\ m\ en\ total.$

Como habrás podido observar para calcular la distancia total recorrida he tomado los diferentes desplazamientos para cada instante de tiempo medido, por lo tanto puedo afirmar que cuantas más medidas realice durante el movimiento, más exacto podrá ser mi cálculo de la distancia total recorrida.





Como se puede observar el desplazamiento es diferente a la distancia recorrida o trayectoria.

Vector velocidad:

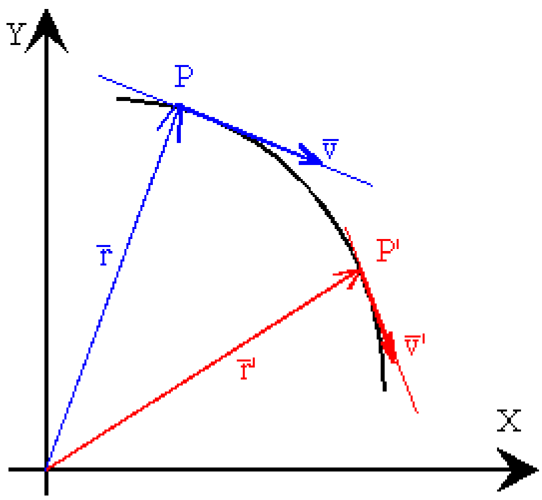
La velocidad es una magnitud física vectorial que expresa el desplazamiento que realiza un objeto en un tiempo determinado. Se representa por $\vec{v}$ y sus unidades en el Sistema Internacional son $m \cdot s^{-1}$.

A la hora de estudiar el movimiento de un cuerpo, nos puede interesar su velocidad en un instante dado, o determinar el valor medio de la velocidad que ha tenido durante la trayectoria que ha recorrido.

Vector velocidad media;

Es el cociente entre el vector desplazamiento y el intervalo de tiempo en que tarda en hacerlo. Su expresión viene dada por:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r_2} - \vec{r_1}}{t_2 - t_1}$$



Su dirección y sentido son las mismas que las del vector desplazamiento. Por otra parte, si se considera la distancia recorrida sobre la trayectoria en un intervalo de tiempo dado, tendremos la velocidad media sobre la trayectoria, cuya expresión viene dada por:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Vector velocidad instantánea;

Como para medir la velocidad se necesitan dos instantes, teóricamente no sería posible determinar la velocidad en un instante dado, a no ser que las dos medidas se realicen prácticamente a la vez y puedan considerarse como una sola. La velocidad instantánea será el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo considerado tiende a cero.

¡Función derivada!

$$\vec{v}_{ins} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

El movimiento es relativo, depende del sistema de referencia que se use para su observación.

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_{obj} - \vec{v}_{sist}$$

Donde; $\vec{v}_{obj}$ = Velocidad que lleva el objeto que está siendo observado por el observador.

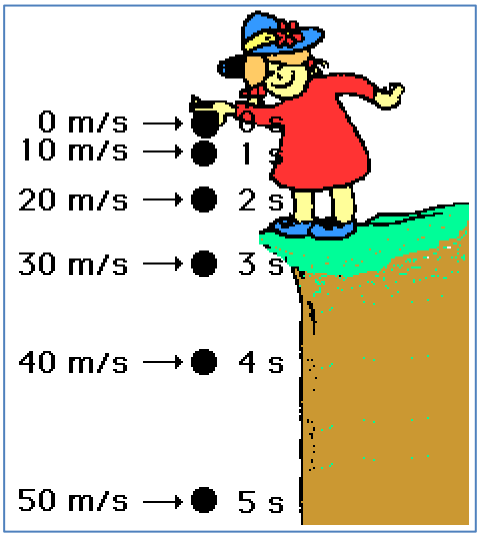
$\vec{v}_{sist}$ = Velocidad que lleva el observador, que además es donde tenemos situado nuestro sistema de referencia.

$\vec{v}_{rel}$ = Velocidad del objeto percibida por el observador.

Vector aceleración:

La aceleración es una magnitud física vectorial que expresa la variación de velocidad por unidad de tiempo. Se representa por $\vec{a}$ y sus unidades en el Sistema Internacional son $m \cdot s^{-2}$.

Al igual que ocurría con la velocidad, nos puede interesar determinar la aceleración media o la aceleración en un instante dado.



Vector aceleración media;

Se define la aceleración media entre dos puntos P_1 y P_2 como el cociente entre la variación del vector velocidad y el tiempo transcurrido entre ambos puntos. Su expresión viene dada por:

$$\boxed{\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1}}{t_2 - t_1}}$$

Vector aceleración instantánea;

Igual que ocurría con la velocidad, para poder medir la aceleración en un instante dado se necesita realizar dos medidas de la aceleración que estén muy próximas en el tiempo, y puedan por lo tanto considerarse como una sola. La aceleración instantánea será el límite de la aceleración media cuando el intervalo de tiempo considerado tiende a cero.

¡Función derivada!

$$\boxed{\vec{a}_{ins} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}(t+\Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

Si el movimiento es relativo, la aceleración que es percibida por el observador también lo será.

$$\vec{a}_{rel} = \vec{a}_{obj} - \vec{a}_{sist}$$

Donde; $\vec{a}_{obj}$ = Aceleración que lleva el objeto que está siendo observado por el observador.

a_{sist} = Aceleración que lleva el observador, que además es donde tenemos situado nuestro sistema de referencia.

$\vec{a}_{rel}$ = Aceleración del objeto para el observador.

¿El niño del tobogán y la mujer perciben que el ciclista está aumentando su velocidad (acelerando) en la misma medida?

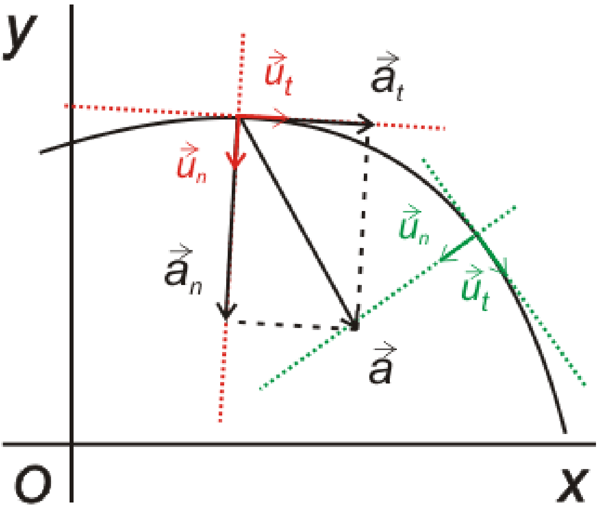
Obviamente no, ya que el niño al caer por el tobogán también está acelerando, así que él percibirá que el ciclista apenas incrementa su velocidad, mientras que para la mujer que está “quieta”, el ciclista está aumentando considerablemente su velocidad.

Componentes intrínsecas de la aceleración:

Se entiende la aceleración como la variación de la velocidad con respecto al tiempo, pero la velocidad puede cambiar en módulo o en dirección, por tanto aparecen claramente dos efectos de la aceleración:

- La aceleración que implica una variación en el módulo de la velocidad.
  ACELERACIÓN TANGENCIAL ($\vec{a}_t$).
- La aceleración que implica una variación en la dirección de la velocidad.
  ACELERACIÓN NORMAL ($\vec{a}_n$). También llamada aceleración centrípeta ($\vec{a}_c$).

Para poder estudiar claramente estos efectos, utilizamos un sistema de referencia intrínseco para cada punto de la trayectoria.



----------- → Sistema de referencia intrínseco

----------- → Sistema de referencia intrínseco

$\vec{u}_t$ y $\vec{u}_n$ son vectores unitarios en las direcciones del eje tangente y del eje normal respectivamente.

Se toma un eje en la misma dirección del vector $\vec{u}_t$ y su sentido positivo será el de la velocidad en ese punto. Sobre este eje se proyectará la componente tangencial de la aceleración (aceleración debida al cambio del módulo de la velocidad).

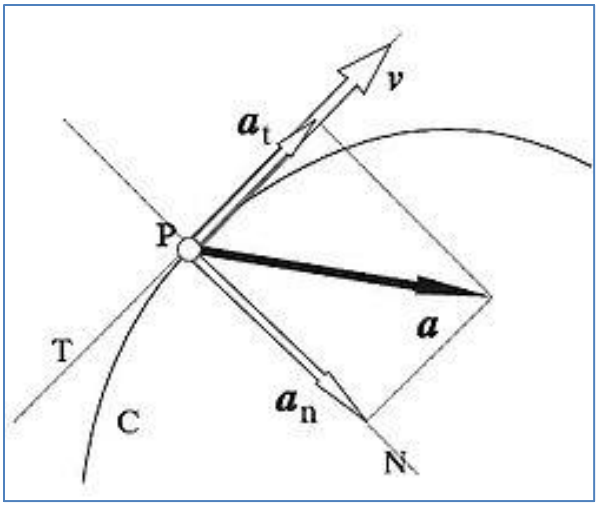
Se toma otro eje en la misma dirección del vector $\vec{u}_n$ cuya dirección es perpendicular a la trayectoria y el sentido positivo será el que se dirige al centro de curvatura de la trayectoria. Sobre este eje se proyectará la componente normal de la aceleración (aceleración debida al cambio de la dirección de la velocidad).

Se puede expresar la aceleración en función de sus componentes, en la forma:

$$\boxed{\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d\,(v \cdot \vec{u}_t)}{dt} = \underbrace{\frac{dv}{dt} \cdot \vec{u}_t}_{\vec{a}_t} + \underbrace{v \cdot \frac{d\vec{u}_t}{dt}}_{\vec{a}_n}$$

$$\boxed{|\vec{a}_t| = \frac{dv}{dt}} \qquad \boxed{|\vec{a}_n| = \frac{v^2}{R}}$$



MOVIMIENTOS DE ESPECIAL INTERÉS

Movimiento Rectilíneo y Uniforme (M.R.U.):

Movimiento que lleva un cuerpo que se mueve con vector velocidad constante en módulo, dirección y sentido, por lo tanto las componentes intrínsecas de la aceleración son ambas nulas.

La trayectoria correspondiente es una línea recta, y la ecuación que describe este movimiento es la siguiente:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r} - \overrightarrow{r_0}}{t - t_0}$$

Si tomamos el tiempo inicial como el momento en que comenzamos a estudiar el movimiento, tenemos que t_o = 0, por lo tanto la ecuación se simplifica de la siguiente forma:

$$\vec{v} = \frac{\vec{r} - \overrightarrow{r_0}}{t} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\vec{r} = \overrightarrow{r_0} + \vec{v} \cdot t}$$

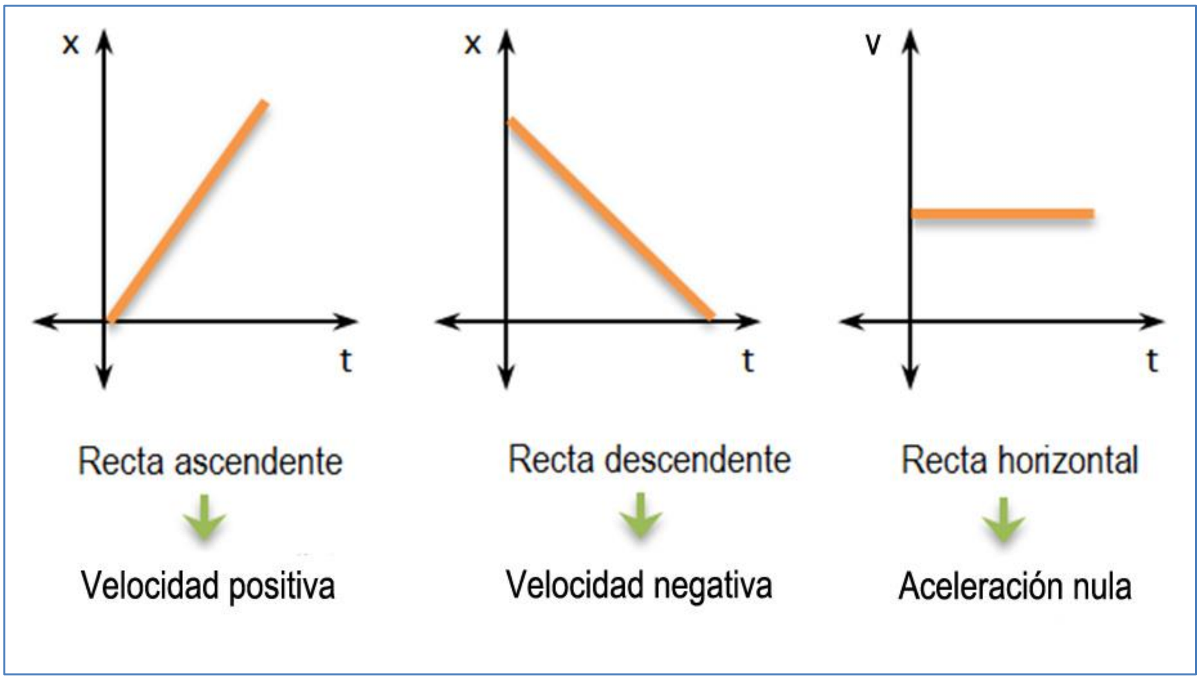
Como el movimiento es rectilíneo, podemos hacer coincidir el eje X horizontal con la dirección del movimiento. Así, el vector de posición queda descrito como $\vec{r}(t) = x(t) \cdot \vec{\imath}$ y $\overrightarrow{r_0} = x_0 \cdot \vec{\imath}$ y el vector velocidad será $\vec{v} = v_x \cdot \vec{\imath}$. Podremos entonces escribirlo en su forma escalar:

$$\boxed{x(t) = x_0 + v_x \cdot t}$$

<u>Representación gráfica del M.R.U.</u>

Las gráficas “x – t” son unas líneas rectas inclinadas. La pendiente de la recta es la velocidad. Una mayor inclinación (pendiente) implica una mayor velocidad.

El área bajo la recta “v – t” equivale al desplazamiento realizado (Δx).



Movimiento Rectilíneo Uniformemente Variado (M.R.U.V.):

En este caso el vector velocidad es constante en dirección y sentido, pero su valor numérico (su módulo) varía con el tiempo. Esta variación de la velocidad con el tiempo es uniforme, y por tanto este tipo de movimiento se caracteriza por poseer una aceleración tangencial constante y distinta de cero. La aceleración normal, sin embargo, será nula.

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t - t_0}$$

Si tomamos el tiempo inicial como el momento en que comenzamos a estudiar el movimiento, tenemos que $t_o = 0$, por lo tanto la ecuación se simplifica de la siguiente forma:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t} \rightarrow \boxed{\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a} \cdot t}$$

Al igual que antes, si hacemos coincidir el eje X horizontal con la dirección del movimiento, podremos escribir esta ecuación en forma escalar:

$$\boxed{\boldsymbol{v = v_0 + at}}$$

(ecuación 1 que describe el M.R.U.V.)

Movimiento acelerado o desacelerado:

- Si la aceleración tiene el mismo sentido que el movimiento y hace que éste aumente, se dice que es un movimiento ACELERADO (M.R.U.A.).
- Si la aceleración tiene sentido opuesto al movimiento y hace que éste disminuya, se dice que es un movimiento DESACELERADO (M.R.U.D.).

Otras ecuaciones que describen este movimiento son:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \overrightarrow{v_0} + \vec{a} \cdot t \rightarrow d\vec{r} = \overrightarrow{v_0} \cdot dt + \vec{a} \cdot t \cdot dt \rightarrow \int d\vec{r} = \int \vec{v}_0 \cdot dt + \int \vec{a} \cdot t \cdot dt \rightarrow$$

$$(\vec{r} - \overrightarrow{r_0}) = \overrightarrow{v_0} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \vec{a} \cdot t^2 \rightarrow \vec{r} = \overrightarrow{r_0} + \overrightarrow{v_0}t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2$$

Al igual que en anteriores ocasiones, si hacemos coincidir el eje X horizontal con la dirección del movimiento, podremos escribir esta ecuación en forma escalar:

$$\boxed{\boldsymbol{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}}$$

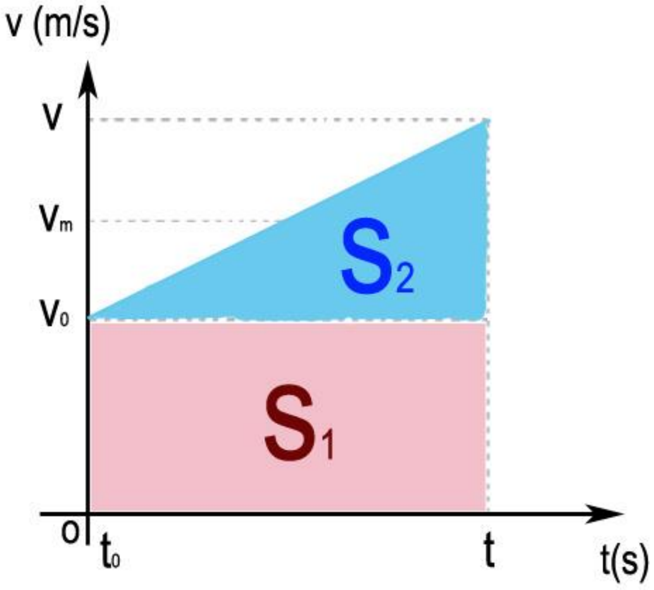
(ecuación 2 que describe el M.R.U.V.)

Combinando ambas ecuaciones podemos eliminar el tiempo para obtener una tercera ecuación:

$$x = x_0 + v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2 \rightarrow v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot (x - x_0) \rightarrow$$

Si $x_0 = 0 \rightarrow$ $\boxed{\boldsymbol{v^2 = v_0^2 + 2ax}}$ (ecuación 3 que describe el M.R.U.V.)

La ecuación 2 puede demostrarse gráficamente de la siguiente manera:



Ocurre que, para cualquier tipo de movimiento, el área encerrada bajo la recta “v-t” corresponde con el desplazamiento realizado (Δx), así en la gráfica se observan dos áreas claramente diferenciadas, S_1 y S_2. Para cada una de ellas tenemos que:

$$\Delta x = (x - x_0) = S_1 + S_2 \overset{(1)}{\cong} v_0 t + \frac{(v - v_0)t}{2} \overset{(2)}{\cong} v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Donde hemos aplicado;

(1) $S_1 = v_0 t$ y $S_2 = \frac{S_{rectángulo}}{2} = \frac{(v - v_0)t}{2}$

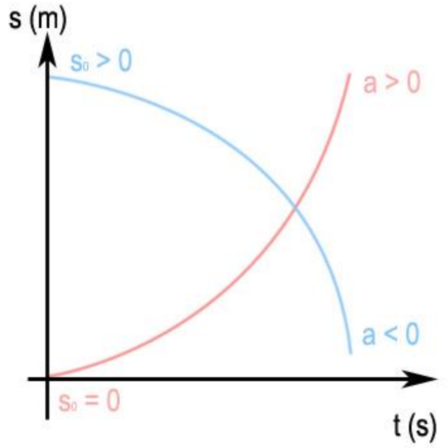
(2) $v = v_0 + at$

↘

$$\boxed{\boldsymbol{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2}}$$

En un M.R.U.V. el cuerpo recorre una distancia debido a la velocidad que lleva ya de por sí (distancia S_1), pero además recorre una distancia extra debido al incremento de velocidad que realiza en ese transcurso de tiempo (distancia S_2).

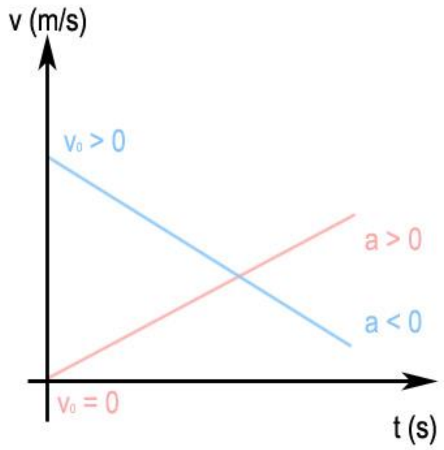
Representación gráfica del M.R.U.V.



GRÁFICA ESPACIO - TIEMPO

La aceleración es positiva si la parábola se abre hacia arriba y negativa si lo hace hacia abajo.

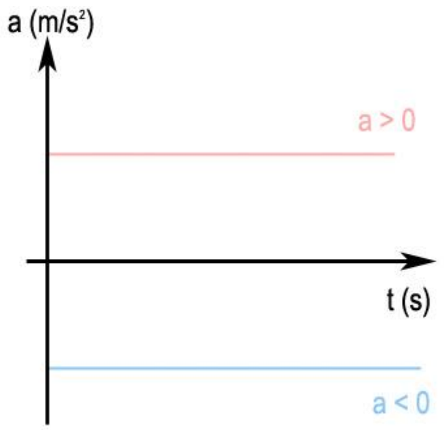
El desplazamiento inicial (S_0) se determina viendo el punto de corte con el eje “S”.



GRÁFICA VELOCIDAD - TIEMPO

Es una recta cuya pendiente es la aceleración. Una mayor pendiente implica mayor aceleración.

La velocidad inicial (v_0) se determina viendo el punto de corte con el eje "V".



GRÁFICA ACELERACIÓN - TIEMPO

Como la aceleración es constante, su representación frente al tiempo es una línea recta paralela al eje de los tiempos.

Algunos ejemplos de M.R.U.V.

- Movimiento de caída libre; Un objeto se deja caer desde una cierta altura con respecto a la superficie de la Tierra. En su caída, el cuerpo está sometido a la acción de la fuerza de la gravedad (9,8 m/s^2), lo que hace que su velocidad vaya en aumento.
- Lanzamiento vertical; Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba o hacia abajo desde una cierta altura con respecto a la superficie de la Tierra. El objeto estará sometido a la fuerza de la gravedad, aumentando la velocidad del objeto o frenándolo, según los casos.

Algunos ejemplos de movimientos combinación de M.R.U y M.R.U.A.

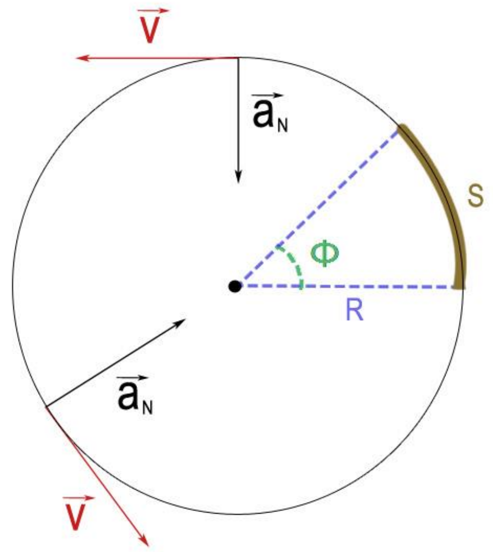
- Tiro horizontal; Un objeto se lanza horizontalmente desde una cierta altura.
- Tiro parabólico; Un objeto es lanzado con una velocidad que forma un ángulo "α" con la horizontal.

En ambos casos el movimiento se puede descomponer en dos:

- M.R.U. en la dirección horizontal del eje X.
- M.R.U.A. en la dirección vertical del eje Y.

En todos estos movimientos, para simplificar los cálculos, vamos a ignorar el rozamiento con el aire.

Movimiento Circular Uniforme (M.C.U.):



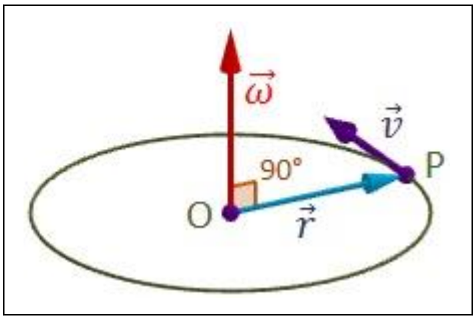
Es aquel cuya trayectoria es una circunferencia. En este tipo de movimiento la velocidad lineal es constante en módulo, pero cambia permanentemente de dirección, esto significa que la aceleración tangencial es cero, pero la componente normal de la aceleración será distinta de cero.

En este tipo de movimiento, para medir la distancia recorrida (**s – arco de la circunferencia**) nos va a ser más fácil medir la **ΔΦ** en el movimiento circular que se describe. Con esto podremos determinar la velocidad angular (ω) o velocidad de rotación.

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\emptyset}{\Delta t}} \qquad \boxed{|\vec{a}_n| = \frac{v^2}{R}} \qquad \boxed{\emptyset = \frac{s}{R}}$$

<u>Velocidad angular (ω):</u>

Se define como el ángulo girado por unidad de tiempo. Para describir el M.C.U. es necesario trabajar con esta magnitud angular.



Podemos relacionar la velocidad angular con la velocidad lineal de la siguiente manera:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\Delta(\emptyset \cdot R)}{\Delta t} = R \cdot \frac{\Delta\emptyset}{\Delta t} = R \cdot \omega$$

↙ ↘

$$\boxed{v = \omega \cdot R}$$

ω (=) rad/s

ω (=) r.p.m.

ω (=) vueltas/s

<u>Ecuaciones que describen este tipo de movimiento:</u>

$$\omega = \frac{\Delta\emptyset}{\Delta t} = \frac{\emptyset - \emptyset_0}{t - t_0}$$

Si tomamos el tiempo inicial como el momento en que comenzamos a estudiar el movimiento, tenemos que $t_o = 0$, por lo tanto la ecuación se simplifica de la siguiente forma:

$$\omega = \frac{\emptyset - \emptyset_0}{t} \rightarrow \boxed{\emptyset = \emptyset_0 + \omega \cdot t} \rightarrow \Phi \text{ (=) rad}$$

<u>Radianes y grados:</u>

Generalmente venimos viendo que un ángulo (Φ) se mide en grados, así podemos decir que una circunferencia completa tiene 360º, pero aunque los grados sean la unidad más utilizada a nivel coloquial, en realidad se deberían medir en radianes (rad), ya que es ésta la unidad de referencia atribuida por el Sistema Internacional para esta magnitud angular.

$$\boxed{360° \cdot \frac{\pi\, rad}{180°} = 2\pi\, rad}$$

(factor de conversión empleado para pasar de grados a radianes)

Las características de este movimiento son:

- Como el módulo de la velocidad lineal es constante y además igual a la velocidad angular por el radio, entonces la velocidad angular también es constante.

$$\boxed{\omega \equiv \text{Constante}}$$

- Si la velocidad angular es constante, entonces no existe aceleración angular, ya que no existe variación de la velocidad angular con el tiempo.

$$\boxed{\alpha = 0}$$

- Como el movimiento es circular, la dirección de la velocidad lineal no es constante, y por lo tanto existe aceleración normal, que además podemos relacionarla con la velocidad angular de la siguiente manera:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(\omega \cdot R)^2}{R} = \omega^2 \cdot R \;\rightarrow\; \boxed{a_n = \omega^2 \cdot R}$$

Otras magnitudes físicas interesantes para describir este movimiento son:

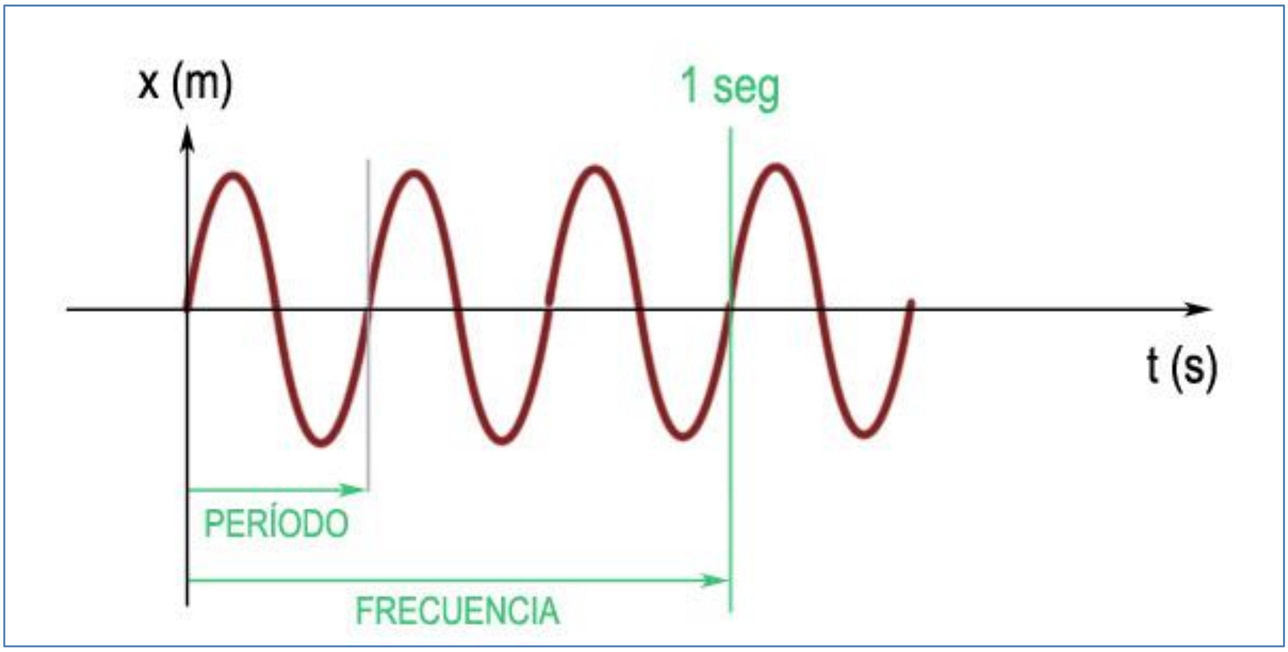
- El período (T) es el tiempo que tarda un móvil en recorrer una vuelta completa.

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow \omega = \frac{\Delta \emptyset}{\Delta t} \overset{(1)}{\cong} \frac{2\pi}{T} \rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}} \rightarrow \text{T (=) segundos}$$

(1) Si realizamos una vuelta completa, la distancia recorrida (ΔΦ) será 2π y el tiempo será el periodo (T).

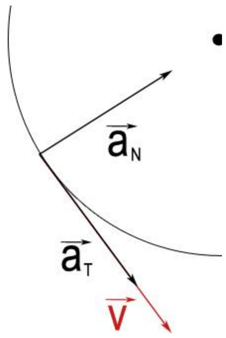
- La frecuencia (f) mide la cantidad de vueltas que se dan en un segundo.

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \rightarrow f \text{ (=) } s^{-1} \text{ ó Hz} \qquad \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$$



Como observamos en la imagen, el cuerpo móvil da 3 vueltas completas en 1 segundo.

Movimiento Circular Uniformemente Variado (M.C.U.V.):



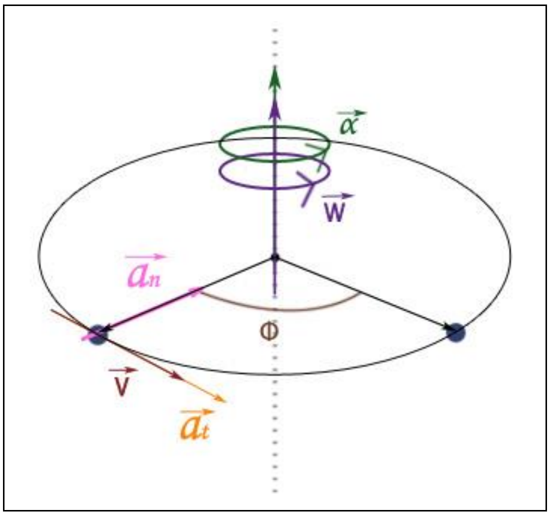
En este caso la trayectoria también es una circunferencia. En este tipo de movimiento la velocidad lineal no es constante en módulo, aunque esta variación de la velocidad con el tiempo es uniforme, y por lo tanto este tipo de movimiento se caracteriza por poseer una aceleración tangencial constante y distinta de cero. Además esta velocidad lineal tampoco es constante en dirección, lo que implica que existe aceleración normal variable y distinta de cero.

Movimiento acelerado o desacelerado:

- Si la aceleración tangencial tiene el mismo sentido que el movimiento y hace que éste aumente, se dice que es un movimiento ACELERADO (M.C.U.A.).
- Si la aceleración tangencial tiene sentido opuesto al movimiento y hace que éste disminuya, se dice que es un movimiento DESACELERADO (M.C.U.D.).

Aceleración angular (α):

Para describir este movimiento se hace necesario utilizar una nueva magnitud angular, que es la aceleración angular (α), esto es la variación de la velocidad angular que experimenta un cuerpo móvil con respecto al tiempo.



$$Al \ \exists \ \Delta v \rightarrow \exists \ \Delta\omega \rightarrow \ \exists \ \alpha$$

Podemos relacionar la aceleración angular con la aceleración tangencial de la siguiente manera:

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta(\omega \cdot R)}{\Delta t} = R \cdot \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = R \cdot \alpha$$

$$\swarrow \qquad \searrow$$

$$\boxed{a_t = \alpha \cdot R} \qquad \alpha \ (=) \ rad/s^2$$

Ecuaciones que describen este tipo de movimiento:

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega - \omega_0}{t - t_0}$$

Si tomamos el tiempo inicial como el momento en que comenzamos a estudiar el movimiento, tenemos que $t_o = 0$, por lo tanto la ecuación se simplifica de la siguiente forma:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \quad \rightarrow \quad \boxed{\omega = \omega_0 + \alpha \cdot t}$$

(ecuación 1 que describe el M.C.U.V.)

Ya que la velocidad lineal es igual a la velocidad angular por el radio, y que la aceleración tangencial es igual a la aceleración angular por el radio, sin más que sustituir las magnitudes lineales por las angulares, podremos determinar el resto de ecuaciones que describen este movimiento:

$$\left.\begin{array}{l} v = \omega \cdot R \\ a_t = \alpha \cdot R \end{array}\right| \rightarrow$$

$$\boxed{\boldsymbol{\emptyset = \emptyset_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2}}$$ (ecuación 2 que describe el M.C.U.V.)

$$\boxed{\boldsymbol{\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\emptyset}}$$ (ecuación 3 que describe el M.C.U.V.)

<u>Las características de este movimiento son:</u>

- En este caso la velocidad angular no es constante, ya que cambia con el tiempo. $\boxed{\omega \neq Constante}$
- Al no ser constante la velocidad angular, significa que existe aceleración angular constante y distinta de cero. $\boxed{\alpha \equiv Constante}$
- La aceleración normal existe porque hay variación en la dirección de la velocidad lineal, pero no es constante porque el módulo de la velocidad lineal tampoco lo es.

$$a_n = \frac{v^2}{R} \rightarrow \boxed{a_n \neq Constante}$$

Para finalizar vamos a poner a modo de resumen un cuadro donde se relacionan las magnitudes lineales con las angulares:

Magnitud lineal	Relación	Magnitud angular
s	$s = \emptyset \cdot R$	$\emptyset$
v	$v = \omega \cdot R$	ω
a_t	$a_t = \alpha \cdot R$	α
a_n	$a_n = \omega^2 \cdot R$	ω